

CALCULER AVEC DES NOMBRES RELATIFS

1) Addition et soustraction de nombres relatifs (rappels de 5^{ème})

a) addition

Règle 1 (somme de deux nombres de même signe)

- on additionne les distances à 0 ;
- on écrit devant le résultat le signe commun aux deux nombres.

Exemple

$$(-4) + (-7) = ?$$

(-4) et (-7) sont de même signe.

La distance de -4 à 0 est 4 et la distance de (-7) à 0 est 7. L'addition de ces distances donne 11.

On écrit devant le résultat le signe commun aux deux nombres (ici, c'est le signe $-$). On obtient donc $(-4) + (-7) = -11$

Règle 2 (somme de deux nombres de signes contraires)

- on soustrait le plus petite distance à 0 de la plus grande distance à 0 ;
- on écrit devant le résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à 0.

Exemples

$$(-3) + 8 = ?$$

(-3) et 8 sont de signes contraires.

La plus grande distance à 0 est 8 et la plus petite distance à 0 est 3. On effectue donc $8 - 3 = 5$. Le nombre qui a la plus grande distance à 0 est 8 et 8 est positif donc on écrit devant le résultat le signe $+$:

$(-3) + 8 = +5$ (remarque : on sait que lorsqu'un nombre est précédé du signe $+$, on peut supprimer le signe donc $(-3) + 8 = 5$)

$$2 + (-6) = ?$$

2 et (-6) sont de signes contraires.

La plus grande distance à 0 est 6 et la plus petite distance à 0 est 2. On effectue donc $6 - 2 = 4$. Le nombre qui a la plus grande distance à 0 est (-6) donc on écrit devant le résultat le signe $-$:

$$2 + (-6) = -4 .$$

b) soustraction

Règle 3

Soustraire un nombre relatif, c'est ajouter son opposé.

Exemple

$$7 - (-3) = ?$$

Soustraire (-3) , c'est donc ajouter $+3$ (car $+3$ est l'opposé de (-3)).

Donc $7 - (-3) = 7 + (+3)$. On applique alors la règle 1 (somme de deux nombres de même signe) et on obtient $7 - (-3) = 10$.

2) Multiplication de nombres relatifs

Règle 4

Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif.

Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Exemples

$$(-3) \times (1,5) = -4,5$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$(-5) \times (-4) = 20$$

$$1,2 \times (-3) = -3,6$$

Signe d'un produit de facteurs

Le produit de plusieurs nombres relatifs est :

- positif s'il comporte un nombre pair de facteurs négatifs ;
- négatif s'il comporte un nombre impair de facteurs négatifs.

Exemples

$$2 \times (-3) \times (-7) = 42 \quad (\text{il y a deux facteurs négatifs}).$$

$$(-5) \times 3 \times (-2) \times (-2) = -60 \quad (\text{il y a trois facteurs négatifs}).$$

3) Division de nombres relatifs

définition

Si a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$, le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b donne a . On note ce quotient $\frac{a}{b}$. On a alors la relation fondamentale suivante : $\frac{a}{b} \times b = a$

Exemple

Le quotient de 3 par 7 est noté $\frac{3}{7}$. C'est le nombre qui multiplié par 7 donne 3 :

$\frac{3}{7} \times 7 = 3$. Pour obtenir une valeur approchée de ce quotient, on effectue la division $3 \div 7$. 0,43 est une valeur approchée de $\frac{3}{7}$ au centième près.

Signe d'un quotient

- le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Exemples

$$\frac{-3}{-2} = 1,5 \quad \frac{-3}{2} = -1,5 = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}.$$

On peut obtenir ces résultats à la calculatrice :

$$\boxed{3} \quad \boxed{+/-} \quad \boxed{\div} \quad \boxed{2} \quad \boxed{+/-} \quad \boxed{=}$$

ou bien (selon les modèles) :

$$\boxed{(-)} \quad \boxed{3} \quad \boxed{\div} \quad \boxed{(-)} \quad \boxed{2} \quad \boxed{=}$$

4) Inverse d'un nombre relatif non nul**définition**

Si a est un nombre relatif non nul, on appelle inverse de a le quotient de 1 par a . On le note donc $\frac{1}{a}$. On a alors la relation : $\frac{1}{a} \times a = 1$.

Exemple

L'inverse de 14 est $\frac{1}{14}$. C'est le nombre qui multiplié par 14 donne 1. On peut obtenir une valeur approchée de ce nombre à l'aide d'une calculatrice :

$$\boxed{14} \quad \boxed{1/x} \quad \text{ou} \quad \boxed{14} \quad \boxed{x^{-1}}$$

On a $\frac{1}{14} \approx 0,071$ (0,071 est une valeur approchée de $\frac{1}{14}$ au millième près)

Propriété

Diviser par un nombre différent de 0, c'est multiplier par son inverse :

Si a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$, alors $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.

preuve

$$a \times \frac{1}{b} \times b = a \times 1 \quad \text{car} \quad \frac{1}{b} \times b = 1$$

$$a \times \frac{1}{b} \times b = a$$

$a \times \frac{1}{b}$ est donc le nombre qui multiplié par b donne a . C'est donc $\frac{a}{b}$.