

DROITE DES MILIEUX – THEOREME DE THALES

1) Théorème de la droite des milieux

théorème de la droite des milieux

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième.
 Dans un triangle, la longueur d'un segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième.

Autrement dit :

Les hypothèses de ce théorème sont :

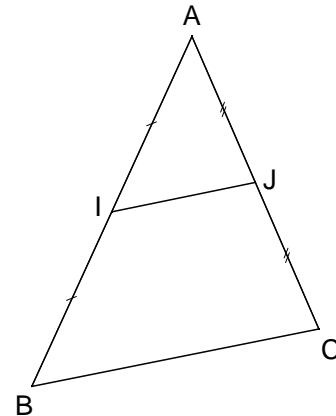
ABC est un triangle

I est le milieu de [AB]

J est le milieu de [AC]

La conclusion est :

(IJ) et (BC) sont parallèles et $IJ = \frac{BC}{2}$.



2) Théorème réciproque de la droite des milieux

réciproque du théorème de la droite des milieux

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, alors elle coupe le troisième en son milieu.

Autrement dit :

Les hypothèses du théorème sont :

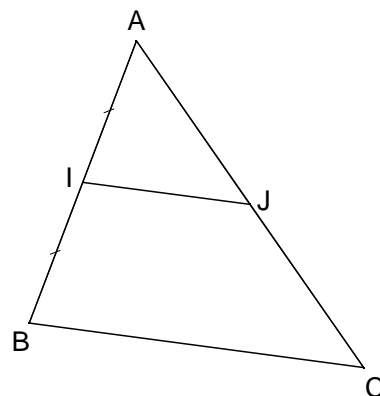
ABC est un triangle

I est le milieu de [AB]

$J \in [AC]$ et (IJ) et (BC) sont parallèles

La conclusion est :

J est le milieu de [AC]



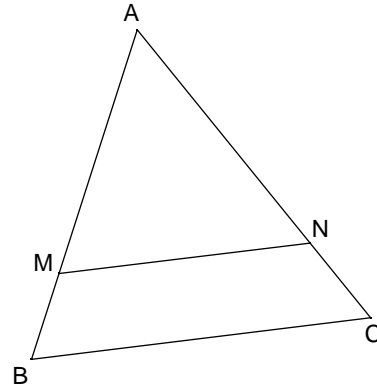
3) Théorème de Thalès

théorème de Thalès

Dans un triangle ABC, si M est un point du côté [AB], N un point du côté [AC] et si [MN] est parallèle à [BC], alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Autrement dit, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

Longueurs dans le triangle AMN	AM	AN	MN
Longueurs dans le triangle ABC	AB	AC	BC



4) Exemple d'utilisation du théorème de Thalès

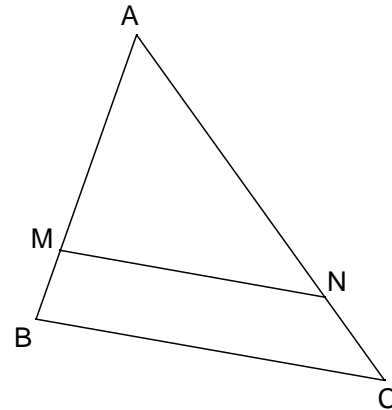
On considère la figure ci-contre :

ABC est un triangle, M est un point de [AB], N un point de [AC] et [MN] et [BC] sont parallèles. On a les mesures suivantes (non respectées sur la figure) :

$$AB = 8 \text{ cm} \quad ; \quad AM = 6 \text{ cm}$$

$$AC = 12 \text{ cm} \quad ; \quad MN = 4 \text{ cm}$$

Question : calculer BC et AN.



Rédaction de la solution :

ABC est un triangle, M est un point de [AB], N un point de [AC] et [MN] est parallèles à [BC]. On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{AN}{12} = \frac{4}{BC}$$

- Pour calculer AN, on utilise l'égalité : $\frac{6}{8} = \frac{AN}{12}$

$$8 \times AN = 6 \times 12$$

$$8 \times AN = 72$$

$$AN = \frac{72}{8} = 9$$

AN mesure 9 cm.

- Pour calculer BC, on utilise l'égalité : $\frac{6}{8} = \frac{4}{BC}$

$$6 \times BC = 8 \times 4$$

$$6 \times BC = 32$$

$$BC = \frac{32}{6} \approx 5,3$$

BC mesure environ 5,3 cm.