

PROPORTIONNALITE – VITESSE MOYENNE

1) Remplir un tableau de proportionnalité (Rappels)

3 kg de pommes coûtent 5,40 € Combien coûtent 5 kg de pommes ?

Les grandeurs en jeu sont :

- la masse des pommes en kg ;
- le prix des pommes en euros.

Ces grandeurs sont proportionnelles.

a) utilisation du coefficient de proportionnalité

masse des pommes en kg	3	5	× 1,8
prix des pommes en euros	5,4	?	

On détermine le coefficient de proportionnalité :

$$5,4 : 3 = 1,8$$

On calcule ensuite le prix de 5 kg de pommes :

$$5 \times 1,8 = 9$$

Le prix de 5kg de pommes est 9 €

b) utilisation des "produit en croix"

masse des pommes en kg	3	5
prix des pommes en euros	5,4	x ?

On doit avoir l'égalité : $3 \times x = 5 \times 5,4$

$$x = \frac{5 \times 5,4}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

Le prix de 5 kg de pommes est 9 €

c) additionner ou soustraire deux colonnes du tableau

	+		
masse des pommes en kg	3	2	5
prix des pommes en euros	5,4	3,6	?
		+	

Connaissant le prix de 3 kg et de 2 kg, on calcule aisément le prix de 5 kg en additionnant les prix de 3 kg et 2 kg.

2) Pourcentages (rappels)

définition

Un pourcentage est un coefficient de proportionnalité exprimé sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 100.

15 % se prononce "quinze pour cent" et s'écrit sous forme d'une fraction $\frac{15}{100}$.

exemple

Dans un collège de 480 élèves, 192 élèves sont demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège ?

Pour calculer ce pourcentage, on imagine que le collège comporte 100 élèves et on calcule le nombre de demi-pensionnaires correspondant en tenant compte de la proportionnalité :

Nombre d'élèves	480	100
Nombre de demi-pensionnaires	192	$x ?$

On utilise par exemple les produits en croix :

$$480 \times x = 192 \times 100$$

$$x = \frac{192 \times 100}{480} = 40$$

Les demi-pensionnaires représentent 40 des élèves du collège.

Dans ce collège, 15 % des élèves sont des fumeurs. Combien d'élèves du collège fument ?

Nombre d'élèves	480	100
Nombre de fumeurs	$x ?$	15

$$100 \times x = 480 \times 15$$

$$x = \frac{480 \times 15}{100} = 72$$

Dans ce collège, il y a 72 fumeurs.

3) Mouvement uniforme

définitions

On dit que le mouvement d'un véhicule, d'une personne... est un mouvement uniforme si la durée du parcours est proportionnelle à la distance parcourue. Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la durée du parcours à la distance parcourue s'appelle vitesse moyenne.

exemple

Une automobile fait un trajet de 200 km. On a relevé les durées et distances parcourues :

durée du parcours (en h)	1	1,5	2
distance parcourue (en km)	90	135	180

Ce tableau est un tableau de proportionnalité. Le mouvement est uniforme. Le coefficient de proportionnalité est 90. La vitesse moyenne pour ce trajet est 90 km/h.

Pour ce trajet, calculer la distance parcourue en 1 h 24 min, puis en 1 h 48 min.

ATTENTION : il faut convertir 1 h 24 min en h car 1 h 24 min \neq 1,24 h

Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

minutes	60	24
heures	1	x ?

$$x = \frac{1 \times 24}{60} = \frac{24}{60} = 0,4$$

24 min = 0,4 h donc 1 h 24 min = 1,4 h

De la même manière, 1 h 48 min = 1,8 h

On peut donc compléter le tableau suivant :

durée du parcours (en h)	1	1,4	1,5	1,8	2
distance parcourue (en km)	90	126	135	162	180

Connaissant le coefficient de proportionnalité, on calcule aisément les données manquantes :

$$1,4 \times 90 = 126$$

$$1,8 \times 90 = 162$$

La distance parcourue en 1 h 24 min est 126 km.

La distance parcourue en 1 h 48 min est 162 km.

propriété

Toute situation de proportionnalité se traduit graphiquement par un alignement de points avec l'origine du repère.

Réciproquement, tout alignement de points traduit une situation de proportionnalité entre les abscisses et les ordonnées de ces points

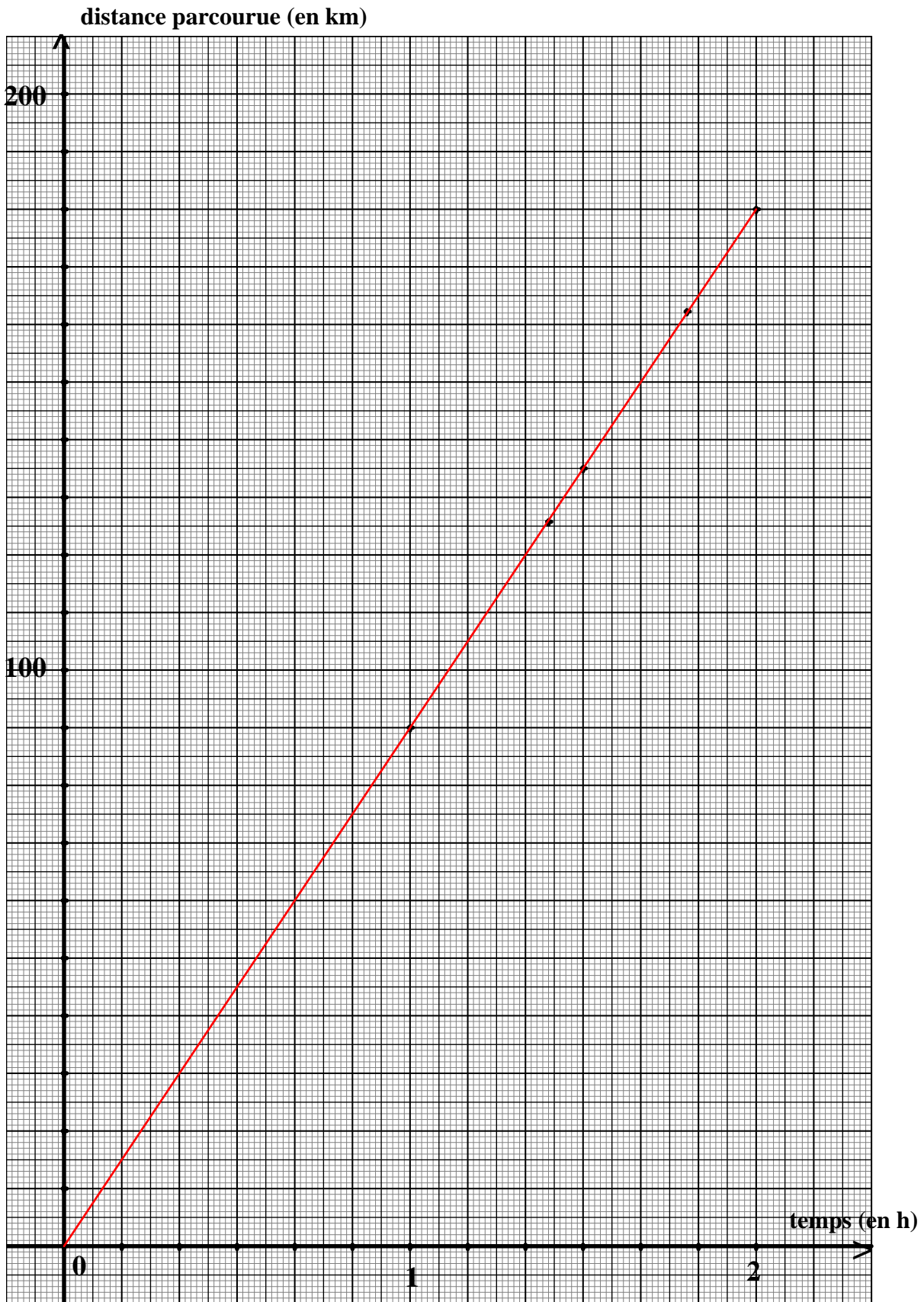
Représentons graphiquement les données précédentes dans un repère du plan :

Choix des unités :

abscisses : 1 cm pour 10 min

ordonnées : 1 cm pour 10 km

Plaçons sur le graphique les points correspondants aux données du tableau



4) Calculs de distances, de vitesses, de durée

propriété

Dans le cas d'un mouvement uniforme, si d désigne la distance parcourue, si t désigne la durée du parcours et si v désigne la vitesse moyenne du parcours, on a la relation suivante : $d = v \times t$.

Si d est en km et t en h, la vitesse moyenne v est exprimée en km/h.

Si d est en m et t en s, la vitesse moyenne v est exprimée en m/s.

Exemples d'application

a) Une voiture roule pendant 2 h 30 min à 130 km/h. Quelle est la distance parcourue ?

2 h 30 min = 2,5 h

On utilise la formule $d = v \times t$ avec $v = 130$ et $t = 2,5$

$$d = 130 \times 2,5 = 325$$

La distance parcourue est 325 km.

b) Un avion de tourisme a parcouru 350 km en 1 h 24 min. Quelle est la vitesse moyenne du trajet ?

Il faut convertir 1 h 24 min en h :

minutes	60	24
heures	1	$x ?$

$$x = \frac{1 \times 24}{60} = \frac{24}{60} = 0,4$$

1 h 24 min = 1,4 h

On utilise la formule $d = v \times t$ avec $d = 350$ et $t = 1,4$

On a donc $350 = v \times 1,4$ donc $v = \frac{350}{1,4} = 250$.

La vitesse moyenne du parcours est 250 km/h.

c) Un train parcourt 238 km à 140 km/h de moyenne. Quelle est la durée du parcours ?

On utilise la formule $d = v \times t$ avec $v = 140$ et $d = 238$.

$238 = 140 \times t$ donc $t = \frac{238}{140} = 1,7$. La durée du parcours est 1,7 h.

Conversion en heure et minutes :

minutes	60	$x ?$
heures	1	0,7

$$x = \frac{60 \times 0,7}{1} = 42 \text{ donc la durée du parcours est 1 h 42 min.}$$

Quelle est la vitesse moyenne du train en m/s ?

Le train parcourt 140 000 km en 3600 s. $\frac{140\,000}{3\,600} \approx 39$. La vitesse du train est d'environ 39 m/s.